



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 04116

1º semestre de 2015

Prof. Jürgen Stilck

Solução da 1ª Prova

Questão 1

a) A partir de qualquer uma das três equações que estão no enunciado, pode se verificar que a unidade das constantes A e B deve ser J/K (a mesma unidade da entropia).

b) Vamos considerar uma trajetória do estado inicial ao estado final que seja composta por um processo isobárico e outro isocórico: $(V_1, p_1) \rightarrow (V_2, p_1)$ e $(V_2, p_1) \rightarrow (V_2, p_2)$. No primeiro processo, temos $W_1 = p_1(V_2 - V_1)$ e:

$$Q_1 = (A + B)(T_i - T_1) = \frac{A + B}{A} p_1(V_2 - V_1),$$

Onde i representa o estado intermediário (V_2, p_1) . Já no segundo processo, obtemos $W_2 = 0$ e:

$$Q_2 = B(T_2 - T_i) = \frac{B}{A} V_2(p_2 - p_1).$$

Somando todas as contribuições, temos:

$$\Delta U = Q_1 + Q_2 - W_2 = \frac{B}{A}(p_2 V_2 - p_1 V_1).$$

c) Temos, em geral, que:

$$S_f - S_i = \int_i^f \frac{dQ}{T}.$$

Vamos considerar os mesmos processos do item anterior. Para o processo isobárico, vem:

$$S_i - S_1 = (A + B) \int_{T_1}^{T_i} \frac{dT}{T} = (A + B) \ln \left(\frac{T_i}{T_1} \right).$$

Já para o processo isocórico, obtemos:

$$S_2 - S_i = B \int_{T_i}^{T_2} \frac{dT}{T} = B \ln \left(\frac{T_2}{T_i} \right).$$

Usando a equação de estado, teremos:

$$\frac{T_i}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

e

$$\frac{T_2}{T_i} = \frac{p_2}{p_1}.$$

Substituindo esses valores nas expressões da variação da entropia, vem:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = (A + B) \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) + B \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right).$$

Questão 2

a) Numa expansão livre em recipiente com paredes adiabáticas $Q = 0$ e $W = 0$, de maneira que $\Delta U = Q - W = 0$. Como $U = pV/3$, temos que $p_i V_0 = p_f 2V_0$, e portanto $p_i/p_f = 2$. Considerando a segunda equação de estado do gás, vemos também que $\Delta U = 0$ implica $\Delta T = 0$, logo $T_i/T_f = 1$.

b) Num processo isocórico $W = 0$ e, portanto, $Q = \Delta U$. Assim:

$$Q = \frac{1}{3} V_0 (2p_0 - p_0) = \frac{1}{3} p_0 V_0.$$

c) Num processo adiabático infinitesimal $dS = (1/T)dU + (p/T)dV = 0$. Da equação de estado, vem:

$$dU = \frac{1}{3} (pdV + Vdp),$$

logo:

$$dS = \frac{4}{3T} pdV + \frac{1}{3T} Vdp = 0.$$

Assim, num processo adiabático teremos $4pdV + VdP = 0$, ou seja:

$$4\frac{dV}{V} = -\frac{dP}{p}.$$

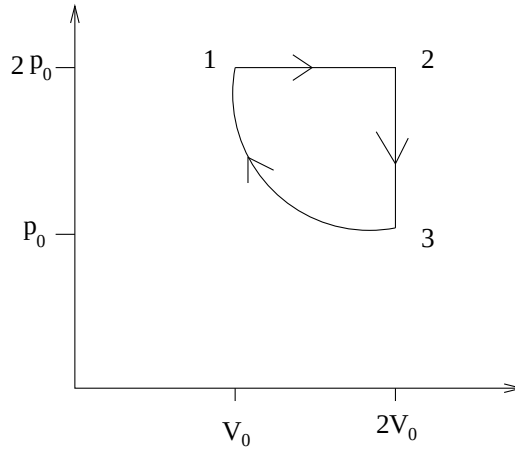
Integrando essa equação entre os estados (V_i, p_i) e (V_f, p_f) , obtemos:

$$\ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^4 = \ln \left(\frac{p_i}{p_f} \right),$$

o que leva a $p_i V_i^4 = p_f V_f^4$ para processos adiabáticos, ou seja $pV^4 = \text{const.}$

Questão 3

a) O ciclo representado no diagrama de Clapeyron será:



b) Adotando a entropia no estado inicial $(2p_0, V_0)$ como nula, vemos que:

$$S = Nc\gamma \ln \left(\frac{V}{2V_0} \right) + Nc \ln \left(\frac{p}{p_0} \right).$$

Num processo isobárico, com $p = p_1$, temos:

$$S(T) = S(p_1) + Nc\gamma \ln \left(\frac{T}{T_0} \right),$$

onde T_0 é a temperatura do estado inicial e:

$$S(p_1) = Nc \ln \left(\frac{p}{p_0} \right).$$

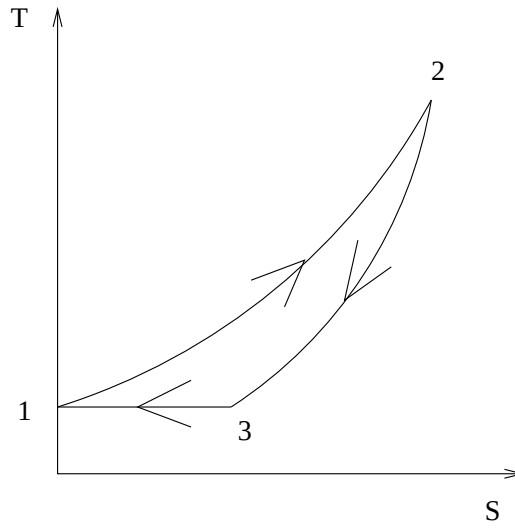
Invertendo a função:

$$T = T_0 \exp \left(\frac{S - S(p_1)}{Nc\gamma} \right).$$

Um cálculo análoga dá, para um processo isocórico:

$$T = T_0 \exp \left(\frac{S - S(V_1)}{Nc} \right).$$

O esboço do diagrama é:



c) Processo $1 \rightarrow 2$ (isobárico):

$$W = \int p dV = 2p_0 \int_{V_0}^{2V_0} dV = 2p_0 V_0.$$

A energia interna do gás é $U = NcT = 2\frac{3}{2}RT = 3RT = \frac{3}{2}pV$, logo

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 2p_0(2V_0 - V_0) = 3p_0V_0.$$

O calor recebido é:

$$Q = \Delta U + W = 5p_0V_0.$$

Processo $2 \rightarrow 3$ (isocórico):

$$W = 0.$$

$$\Delta U = 3V_0(p_0 - 2p_0) = -3p_0V_0.$$

$$Q = \Delta U + W = -3p_0V_0.$$

Processo $3 \rightarrow 1$ (isotérmico):

Nesse caso temos $pV = 2p_0V_0$, logo:

$$p = \frac{2p_0V_0}{V}.$$

Assim:

$$W = \int p dV = 2p_0V_0 \int_{2V_0}^{V_0} \frac{dV}{V} = -2p_0V_0 \ln 2.$$

$$\Delta U = 0.$$

$$Q = W = -2p_0V_0 \ln 2.$$

d) Rendimento:

$$\eta = \frac{W}{Q_R} = \frac{2p_0V_0(1 - \ln 2)}{5p_0V_0} = \frac{2}{5}(1 - \ln 2).$$

Um cálculo aproximado resulta em $\eta \approx 0,12$.

A temperatura mais baixa do ciclo é $T_1 = T_3 = \frac{p_0V_0}{R}$. Já a temperatura mais alta é $T_2 = \frac{2p_0V_0}{R}$. Assim, o rendimento de um ciclo de Carnot entre essas temperaturas será $\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1/2$, superior ao do ciclo considerado, como esperado.